

---

**Contrôle Terminal**

L3 SPC - Propriétés électromagnétiques

*Documents et calculatrice interdits.*

*La qualité de la rédaction sera valorisée. Toutes les réponses devront être justifiées.*

---

## 1 Questions

1. Qualifier les substances suivantes : dioxygène, hélium, lithium, cobalt, chlorure d'hydrogène HCl. Sont-elles diamagnétique, paramagnétique ou ferromagnétique ? Justifier.
2. Qualifier les atomes/molécules suivants : dioxygène, hélium, lithium, cobalt, HCl. Sont-ils polaires ou non ? Justifier.
3. Que se passe-t-il quand on porte un aimant à haute température ?

## 2 Polarisation d'orientation

Soit un milieu diélectrique constitué de molécules polaires. Si on applique un champ électrique  $\vec{E}$  à un instant  $t = 0$ , il apparaît dans le milieu une polarisation d'orientation  $\vec{P}$  parallèle au champ  $\vec{E}$ . De plus cette valeur d'équilibre de la polarisation est atteinte exponentiellement à partir de la valeur initiale nulle avec un temps caractéristique  $\tau$  appelé temps de relaxation. Lorsque le champ appliqué est variable en fonction du temps, le phénomène de relaxation provoque un déphasage entre  $\vec{P}$  et  $\vec{E}$ . L'énergie dissipée dans le milieu se transforme alors en chaleur.

1. Expliquer qualitativement l'apparition de la polarisation d'orientation dans le milieu ainsi que son retard par rapport au champ électrique.

Le milieu supposé linéaire, homogène et isotrope présente une polarisation d'orientation  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  liée au champ macroscopique  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  par l'équation :

$$\tau \frac{\partial \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi_0 \vec{E}(\vec{r}, t)$$

où  $\chi_0$  est une quantité réelle positive et désigne la susceptibilité du diélectrique lorsque le champ électrique est constant (régime statique). Dans la suite on étudie la propagation d'une onde électromagnétique monochromatique progressive de pulsation  $\omega$ . On utilisera les notations complexes et ainsi on écrira  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$ . Dans ce régime dépendant du temps, la susceptibilité du milieu  $\underline{\chi}$  et sa permittivité diélectrique relative  $\underline{\epsilon}_r$  sont complexes.

2. a) Déterminer les expressions de la susceptibilité  $\underline{\chi}$  et la permittivité relative  $\underline{\epsilon}_r$  du milieu en fonction de  $\chi_0$ ,  $\omega$  et  $\tau$ .

b) Que deviendraient ces quantités si la relaxation du milieu n'existait pas ( $\tau \rightarrow 0$ ) ? Commenter.

3. a) On pose  $\underline{\epsilon}_r = \epsilon_{r,1} + i\epsilon_{r,2}$ . Déterminer les expressions des parties réelle  $\epsilon_{r,1}$  et imaginaire  $\epsilon_{r,2}$  de la permittivité diélectrique relative en fonction de  $\chi_0$ ,  $\omega$  et  $\tau$ .

b) Comment appelle-t-on un milieu dont la permittivité dépend de  $\omega$  ? Comment appelle-t-on un milieu dont la permittivité est complexe ?

c) Quel est le signe de  $\epsilon_{r,2}$  ? A quel type de phénomène est-il associé ?

d) Tracer  $\epsilon_{r,1}$  et  $\epsilon_{r,2}$  en fonction de  $\omega$ . On précisera les valeurs pour  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1/\tau$  et  $\omega \rightarrow \infty$ .

e) Interpréter le comportement du milieu aux fréquences faibles ( $\omega \ll 1/\tau$ ) et élevées ( $\omega \gg 1/\tau$ ).

f) Pourquoi la pulsation  $\omega_a = 1/\tau$  semble a priori la plus efficace pour chauffer le milieu ?

### 3 Milieu diélectrique et magnétique

1. On considère un milieu matériel non chargé et très bon isolant électrique (on considère qu'il n'y a pas de courant libre dans le milieu). Ecrire les équations de Maxwell (sous forme locale) dans le milieu.

Le milieu matériel considéré est linéaire, homogène et isotrope de permittivité relative complexe non nulle  $\underline{\epsilon}_r(\omega)$  et de perméabilité complexe non nulle  $\underline{\mu}_r(\omega)$ . Dans la suite de l'exercice on utilisera les notations complexes.

2. En déduire les équations de Maxwell dans le milieu en fonction de  $\underline{\epsilon}_r$  et  $\underline{\mu}_r$ .

3. On considère une onde progressive :  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$  de pulsation  $\omega > 0$  et de vecteur d'onde complexe  $\vec{k}$ . Réécrire les équations de Maxwell obtenues à la question précédente en fonction du vecteur d'onde complexe  $\vec{k}$  et de  $\omega$ .

4. a) Déterminer l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique complexe dans le milieu matériel. On rappelle :  $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$ .

b) En déduire la relation de dispersion reliant le vecteur d'onde à la pulsation de l'onde.

5. On considère que l'onde se propage selon l'axe  $z$  :  $\vec{k} = k \vec{e}_z$ . On introduit l'indice complexe du milieu  $\underline{n} = \underline{k}/k_0$  avec  $k_0 = \omega/c$ .

a) Comment se nomme la partie réelle de l'indice complexe  $n_1$  ? Et sa partie imaginaire  $n_2$  ?

b) Ecrire le champ électrique réel de l'onde. Quel est le signe de  $n_2$  ?

c) Déduire de la relation de dispersion la relation reliant l'indice complexe  $\underline{n}$ , la permittivité et la perméabilité complexes du matériau.